

## 水深による気泡振動の制御

戸高敬史\* 長瀬輝彰\* 中園与一\*\* 大内可人\*\*\*

### Control of Air-bubble Vibration by Water Depth by

Takashi TODAKA, Teruaki NAGASE, Yoichi NAKAZONO and Yoshito OHUCHI

(Received: September 30, 2011, Accepted: February 24, 2012)

#### Abstract

The intrinsically peaceful sound of water musical instrument depends on the air-bubbles formed by the impact of the water droplets on the water surface. Thus the control of the air-bubbles is the key to the tonal quality. In the present study, the influence of water depth on the sound radiated from a water musical instrument has been studied through the simultaneous measurement of both the generated sound and the process of the formation and collapse of the air-bubbles. When the water depth becomes shallower, the vibration caused by air bubbles is generated later, and the dominant generated sound is shifted to the higher frequency. The quality of the sound radiated from the water musical instrument is improved by matching the water depth to the length of resonant pipe.

#### 1. はじめに

これまで、水滴が水面に衝突する際の音の発生機構は水琴窟と雨音の研究を中心に行われてきた。水の楽器は、気泡振動が主音源であるということにおいては水琴窟と変わらないが、基本的に以下の点で異なる。水琴窟は水滴を 2, 3 滴水面に自然落下させて、それが音源となって甕内部の共鳴音を楽しむものである。水の楽器は、ノズルから水を楽譜に応じて噴出して、落下途中で数多くの水滴を形成し、それらが水面に衝突して発生した音を共鳴管によって共鳴させ音楽を奏でる。

これまで本研究<sup>2)</sup>では、共鳴管の一部が水面より水没した長さ(水没長さ)について研究し、水没長さが長くなると、気泡振動の発生が遅れ、また、気泡径が長くなり、それ故振動周波数も低くなることを見出した。電磁弁に作用する水圧は気泡振動周波数を低下させる結果も得た。そのときは水面と水底の間の距離(水深)も深く一定な値とした。気泡の先端部は水面からある水の深さで形成されることはわかったが、水底までの水深による影響は不明で、この現象の解明は水の楽器の設計上重要である。

そこで、ここでは水深と発生音、及び気泡の形成との関係について述べる。

#### 2. 実験装置及び方法

図 1 に実験装置を示す。水圧を 6.9kPa( $H=700\text{mm}$ )、水深を  $H_w$  とし、アクリル製の上げ底を用いて 25mm ~ 70mm まで変化させた。電磁弁の開放時間は 70, 150ms である。ノズル径は 3mm を用い、ノズルから水面までの距離は 500mm である。水面位置は常に一定とし、計測は水面から 100mm、角度 45° の位置にマイクロホン固定して行った。発生音は電磁弁が開放した瞬間から取り始め、それを FFT アナライザで周波数分析、及びデータレコーダに時系列音を記録した。また同時に水面への水滴の落下と気泡の形成・分裂過程を高速度ビデオカメラ(1000 frame/sec)にて可視化した。水面への水滴の衝突時刻はデータレコーダに記録した時系列音と流れの可視化の同時計測から求めた。

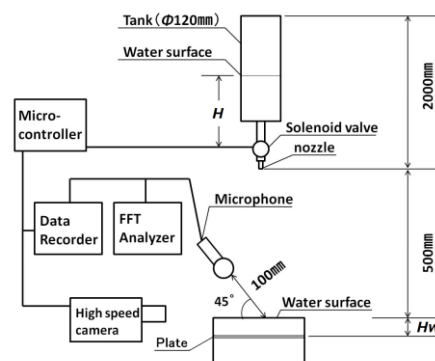


図 1 実験装置

#### 3. 水深の影響

\* 産業工学研究科生産工学専攻修士 2 年

\*\* 産業工学部機械システム工学科 教授

\*\*\* 産業工学部電子知能システム工学科 准教授

### 3.1 $H_w=50\text{mm}$ での水深による影響

図2に電磁弁の開放時間70ms、水深が50mmの(a)可視化写真、(b)時系列音、(c)音圧レベルのスペクトログラム、(d)水滴落下位置と界面位置の時間的な変化を示す。図(b)の記号A~Fは可視化写真と対応している。図(d)の1~7番目は最初に落下した水滴からの番号で、その後の( )内の数字は水滴直径である。また、Upper position of air bubbleは気泡の上部、Lower position of air bubbleは下部、Free surfaceは界面の中心の位置をそれぞれプロットしている。第1滴目が水面に落下したときを0msとしている。これらの水滴が水面に衝突する速度は約3.2m/sで、どの水滴の速度もほぼ同一な事が判る(図2(d)参照)。水滴の直径は第1, 2滴目が大きく最後の水滴径は小さくなる。大きき5.5mmの第1滴目と第2滴目は接近した距離で水面に落下している。第1滴目が水面に落下して、界面が5mmの位置のときに、第2滴目が落下している。その後、一緒になってクレータを形成する。このクレータは時刻とともに徐々に大きくなり、21msの時刻でクレータ深さ22mmとなる。クレータの最大深さ $R_{\max}$ を、水滴2個の運動エネルギーと形成されるクレータのポテンシャルエネルギーが等しいとして求めてみる。

水滴の運動エネルギーは

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho_w \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d_w}{2}\right)^3 v^2 = \frac{1}{12}\pi d_w^3 v^2 \rho_w \quad (1)$$

であるので、第1滴目の水滴の運動エネルギーは

$$E_{k1} = \frac{1}{12}\pi d_{w1}^3 v_1^2 \rho_w$$

で、第2滴目の水滴の運動エネルギーは

$$E_{k2} = \frac{1}{12}\pi d_{w2}^3 v_2^2 \rho_w$$

となる。但し、 $m$ は水滴の質量、 $\rho_w$ は水の密度、 $d_w$ は水滴の直径、 $v$ は水滴の水面衝突速度である。添字1, 2はそれぞれ第1滴目と第2滴目を示す。クレータのポテンシャルエネルギーは

$$E_p = MgZ = \frac{1}{4}\pi R_{\max}^4 \rho_w g \quad (2)$$

$$M = \frac{2}{3}\pi R_{\max}^3 \rho_w$$

$$Z = \frac{3}{8}R_{\max}$$

で表される。 $M$ は排除された水の半球質量、 $g$ は重力

の加速度、 $Z$ は静止水面からクレータの重心までの距離である。

クレータを形成するエネルギーは第1滴目と第2滴目の運動エネルギーに等しいとすると

$$E_p = E_{k1} + E_{k2} \quad (3)$$

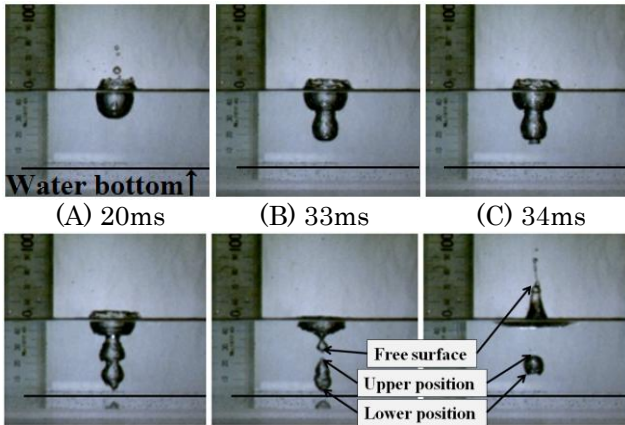
よって、クレータの最大深さ $R_{\max}$ は(2)、(3)式より

$$R_{\max} = \left( \frac{d_{w1}^3 v_1^2 + d_{w2}^3 v_2^2}{3g} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4)$$

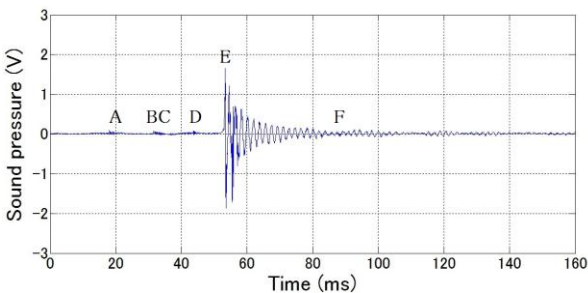
で表すことができる。式(4)より、 $R_{\max}$ の計算値は18.5mmである。計算値は実験値より小さい。その理由は、第1滴目と第2滴目の間隔がわずかに空いている事、第2滴目が衝突する水面が平面でなく、曲面を形成しているためと考えられる。次に、第3, 4滴目が落下してクレータに衝突し、クレータ下部にさらに窪み(ここでは第1窪みと呼ぶ(図3参照))を形成する。この第1窪みは33msまで成長したのち第5滴目が衝突する。一方、クレータは第3, 4滴目が衝突後、成長がとまり、徐々に水面下方への長さが小さくなっている事が伺える。34msに第5滴目が衝突し、次の第2窪みが形成される。43ms付近で第2窪みは第1窪みと同程度の大きさになる。その後、第1窪みは小さくなりながら、クレータ方向に徐々に浮力の作用により移動する。55ms付近で第1, 2窪みは分離し、このときに気泡振動が発生する。このときの気泡直径は可視化写真(a)の(F)より約12mmである。気泡直径は気泡の縦横平均値より求めた。図2(c)の音圧レベルのスペクトログラムによると、気泡振動周波数は540Hzである。この値はMinnaertの体積変動に基づく気泡振動周波数の式<sup>3)</sup>

$$f = \frac{1}{\pi d_a} \sqrt{\frac{3\kappa p_0}{\rho_w}} \quad (5)$$

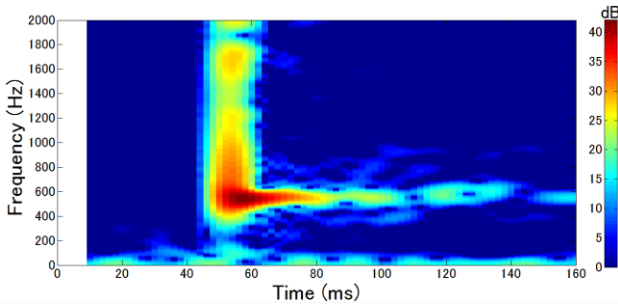
から得られる計算値547Hzとほぼ一致する。但し、 $d_a$ は気泡径、 $\kappa$ は比熱比、 $p_0$ は大気圧、 $\rho_w$ は水の密度である。即ち、切り離された気泡の振動が音源であることを示している。なお、クレータと第1窪みは上昇して、やがて静止水面から水柱へと昇っていく。気泡も形を変形しながら上昇する。この気泡の変形は発生音の大きさと周波数に影響せず、最初の気泡振動の振幅が時間経過とともに徐々に減衰する。



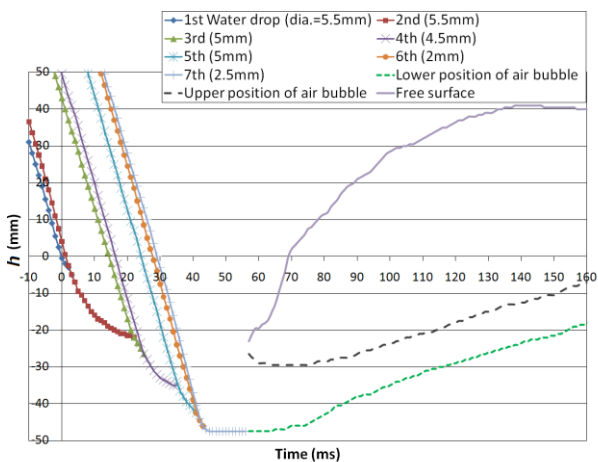
(a) 可視化写真



(b) 時系列音



(c) 音圧レベルのスペクトログラム



(d) 水滴落下位置と界面位置の時間的な変化

図2 水滴と気泡の時間的な変化  
(電磁弁の開放時間 70ms,  $H_w=50\text{mm}$ )

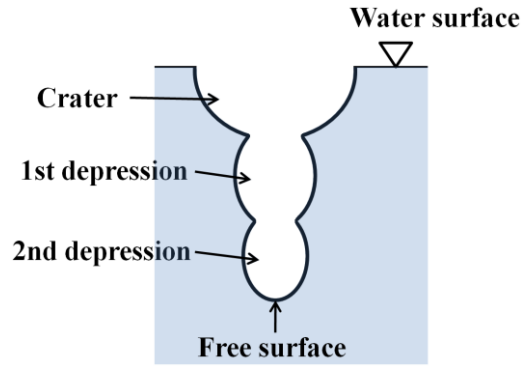


図3 界面の名称

### 3.2 $H_w=35\text{mm}$ での水深による影響

図4に電磁弁の開放時間 70ms, 水深が 35mm の (a)可視化写真, (b)時系列音, (c)音圧レベルのスペクトログラム, (d)水滴落下位置と界面位置の時間的な変化を示す. 水滴の番号は水深 50mm と同様に記入している. 第1滴目と第2滴目が落下してクレータが形成される. この深さは図4(a)の可視化写真(A)から 18mm である. このクレータの最大深さを式(4)より計算すると 17.2mm となり, 実験値と殆ど一致することがわかる. 21ms において第3滴目がクレータの下部に衝突して第1窪みが形成され始める. またクレータの静止水面下方向への成長も止まり, その後徐々にクレータの底部は上昇する. 30ms に第4滴目が第1窪みに衝突すると, 第1窪みの静止水面下方向への成長も止まり, 第2窪みが形成され始め, 35ms で第2窪みは水底に衝突する. 衝突すると, 第1窪みは静止水面方向への浮力でクレータに吸収されて, 徐々に小さくなっていく. 水底に衝突した第2窪みは慣性が働いている事と, 底板の部分で表面張力が働いたため底部が膨らんだ形をして徐々に大きくなる. 36ms で第5滴目, 55ms で第6滴目が底板に衝突するが, 水滴径が共に 2mm と小さく, 衝突後に飛散し, 僅かに第2窪みを大きくしている. 水滴が底板に衝突した事による発生音は図4(b)からわかる通り, ほとんど確認できない. 一方, 第1窪みは浮力で静止水面側に引きこまれていき, 第1窪みと第2窪みの間にくびれが生じる. その後, 57ms の時刻で分離する. このときに, 急激に気泡の圧縮膨張が生じて, 気泡振動が生じる. 図4(c)の音圧レベルのスペクトログラムに見られるように, 気泡振動周波数は約 400Hz である. この気泡は時間経過とともに形状を変化させながら浮力で上昇する. この大きさを縦横平均し, 球で仮定すると, 気泡直径は可視化写真(F)図より約 15mm である. Minnaert の気泡振動の式(5)から気泡振動周波数を計算すると, 計算値は 438Hz でほぼ一致する. 水深が 50mm の場合と比べて, 気泡振動周波数が低下していることがわかる. 切り離された後のクレータと第1窪みは, 静止水面から水滴ないし水柱として上昇する. その後の気泡振動現象は水深 50mm と同様である.

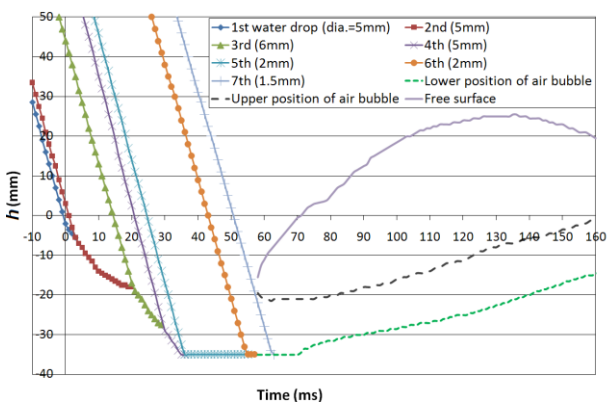
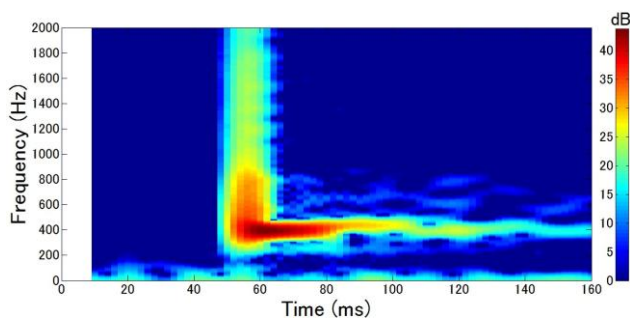
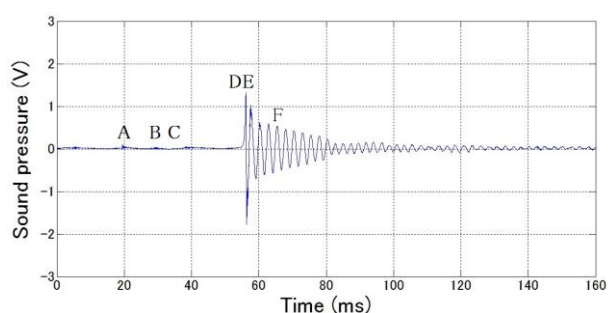
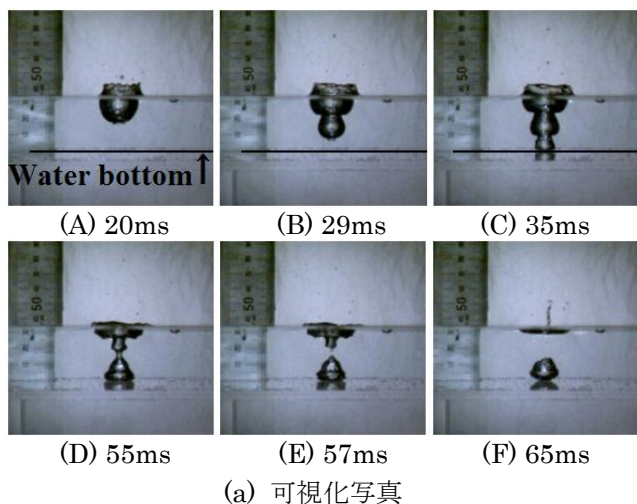


図4 水滴と気泡の時間的な変化  
(電磁弁の開放時間 70ms,  $H_w=35\text{mm}$ )

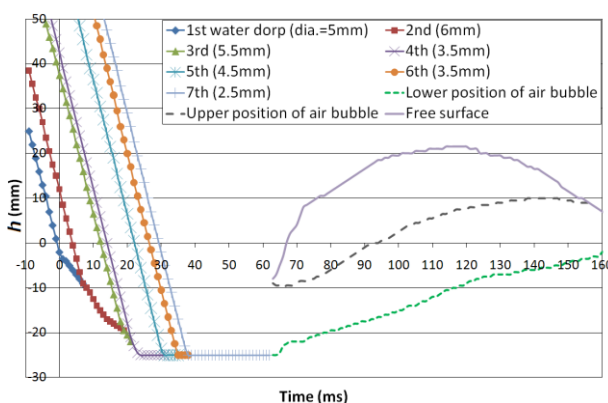
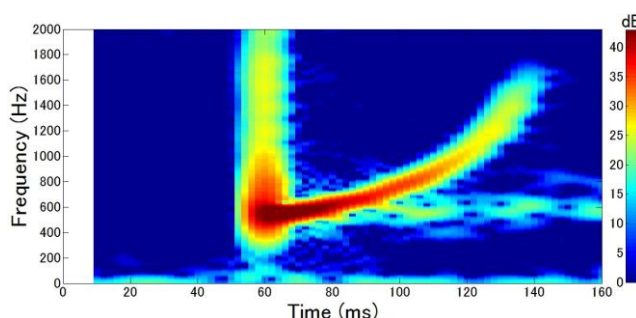
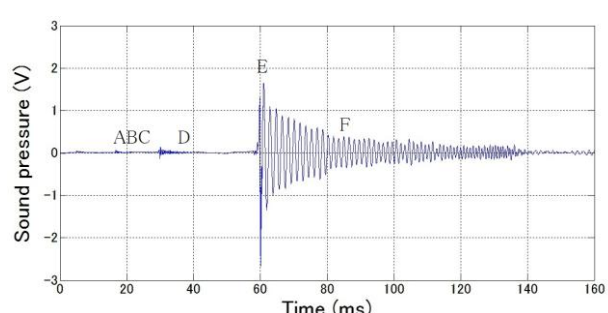
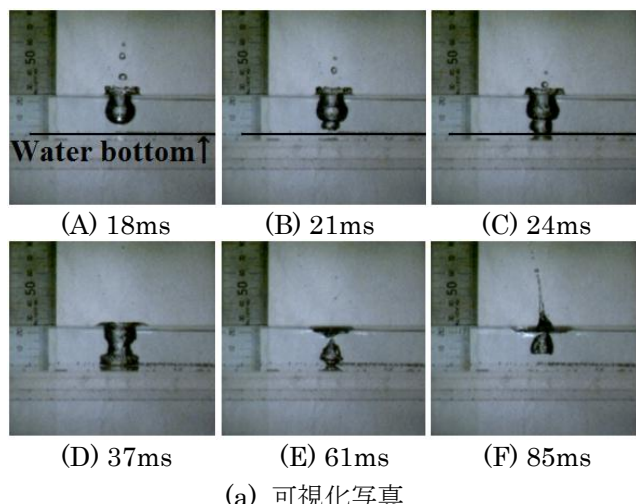


図5 水滴と気泡の時間的な変化  
(電磁弁の開放時間 70ms,  $H_w=25\text{mm}$ )

### 3.3 $H_w=25\text{mm}$ での水深による影響

図 5 に電磁弁の開放時間 70ms, 水深が 25mm の (a)可視化写真, (b)時系列音, (c)音圧レベルのスペクトログラム, (d)水滴落下位置と界面位置の時間的な変化を示す.  $H_w=50, 35\text{mm}$  と同様に, 第 1 滴目と第 2 滴目により, クレータの深さは決まり, 19.5mm まで成長する. 式(4)から, 計算値は 18.6mm で実験値に近い. 以上のことから, クレータの最大深さ  $R_{\max}$  は, 第 1 滴目と第 2 滴目の水面衝突付近における直径と速度から概ね予想できることがわかる. 18ms で第 3 滴目の水滴がクレータに衝突し, 第 1 窪みを形成する. 21ms で第 4 滴目が衝突して, 第 1 窪みをさらに大きくし, 24ms で水底に衝突する. 第 5 滴目は 30ms, 第 6 滴目は 34ms, 第 7 滴目は 37ms にて底板上に衝突する. 第 5 滴目の水滴径は 4.5mm であり, 図 5(b)からわずかながら衝突音が発生している事がわかる. また, クレータは浮力の影響により徐々に浅くなっていく. 46ms 程度になると, 底の第 1 窪みは底を中心に半円となる. その後, 第 1 窪みはクレータに吸収されて全体は小さくなりながら, 間のくびれは細くなっていき, 61ms でクレータと第 1 窪みが切り離され気泡振動が発生する. 図 5(c)の音圧レベルのスペクトログラムからわかるように最初に発生する気泡振動周波数は約 580Hz であるが, 気泡振動周波数は時間経過とともに高周波数側にシフトすることが判る. 図 5(a)の(E)から気泡径は 11.5mm で, 気泡振動周波数を計算すると, 571Hz で実験値とほぼ一致する.

時間経過して発生音の主要音が高周波数側にシフトする原因は, Warjito 等<sup>4)</sup>による気泡分裂の現象に類似している. 実験条件を同じにし, 拡大して可視化した写真を図 6 に示す.  $H_w=25\text{mm}$  では静止水面と気泡との距離が非常に近く, 水柱が静止水面より上昇することが気泡に影響を与えている. 可視化写真から 2 種類の気泡分裂が確認でき, 図 6(a)では, 気泡の下部から水が入り込み気泡分裂が発生する. 図 6(b)では, 水柱に気泡が急激に吸い込まれ細かく気泡が分裂している. それ故, 相当する気泡径が小さくなり高周波数側にシフトしていく. また, 気泡は時間経過とともにさらに細かなものへと分裂していく. このため, 気泡振動周波数は時間経過とともに徐々に高くなると思われる.

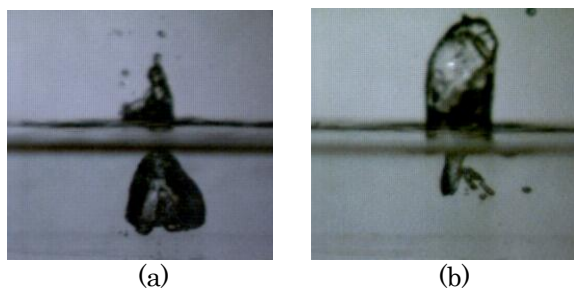


図 6 気泡分裂の可視化写真  
(電磁弁の開放時間 70ms,  $H_w=25\text{mm}$ )

### 3.4 気泡振動についての考察

上記の結果を基に, 気泡振動が水深によってどのように影響されているのか考察する.

水滴の径, 数, 間隔にもよるが, 水深が深い場合, 主にクレータと 2 個の窪みが生じ, 第 1 窪みと第 2 窪みの間が切り離されたときに気泡振動が生じる. この気泡振動は第 2 窪みの状態によって決まる. これらの気泡振動周波数は Minnaert による気泡の収縮・膨張の理論によって説明できる. 水深が 35mm になると, 深い場合と同様に, 気泡は第 1 窪みと第 2 窪みで切り離されて, 第 2 窪みの状態により振動周波数は決まる. しかし, 界面は成長過程で水底に衝突し水平方向にも成長するため, 水深が深い場合より気泡が切り離されるのが若干遅れ, 気泡も大きくなる. それ故, 気泡振動周波数は低くなる. さらに水深が 25mm のように浅くなると, 気泡振動はクレータと第 1 窪みが切れたときの, 第 1 窪みの大きさに依存する. 水深が深い場合と異なり, 切り離された気泡は浮力のみでなくクレータに吸い込まれていくため, 気泡分裂が発生し, 気泡の大きさも小さくなっていく. またその大きさに対応して, 気泡の収縮膨張が変化して, 気泡振動数は高くなっていく. 即ち, 水深が深い場合, 界面から切り離された瞬間の気泡の大きさによって気泡振動が決まり, 振幅も時間経過とともに減衰していくが, 水深が浅くなると, 界面と気泡との距離が近いために, 気泡が界面の動きに影響されて, 気泡振動も変化する.

図 7 に各水深での気泡振動周波数を示す. 実験は電磁弁の開放時間を 70ms と 150ms に一定にした結果である. 実験では, 毎回同じように水滴を落下させることが難しいので, 図中には 10 回分のデータの平均値を線で示し, 周波数のバラツキの範囲を四角で示している. 水深が 50mm 以上の場合, 気泡振動周波数は変化しない. 水深を 35 ないし 30mm 迄浅くすると, この気泡振動周波数は低下することが判る. さらに浅くすると, 気泡振動周波数は逆に高くなることが判る. 開放時間が短い 70ms では水滴の径や間隔が気泡の形成過程に大きく影響するため, バラツキも大きく出ている. 開放時間を 150ms と長くすると水滴の数が多くなり水滴径も大きくなるので, 70ms の場合と比べて, 界面をさらに押し広げていく. そのことにより界面から切り離される気泡径が大きくなり気泡振動は低周波数側で発生する. また, 水深を浅くしていくと 70ms 同様, 一度気泡振動周波数は低周波数になるが, さらに浅くした 35~25mm において開放時間 150ms の方が 70ms よりも高周波数側で発生している. 150ms では水滴径が大きく, クレータや窪みも大きく形成される. そのことでクレータと窪み間でのくびれも大きくなり, クレータに吸い込まれる窪みが多くなる. よって切り離される気泡は小さくなり気泡振動周波数は高周波数側で発生する.

図 8 に水滴が水面に落下してから, 気泡振動が生

じるまでの時間を示す。図から、水深が 40mm 以上の場合、気泡振動の発生時刻は変わらないが、それより浅くなると、気泡振動の発生時刻は遅れる事が判る。これは界面が水底に衝突後、水底で界面が水平方向に成長した事、底板との間に表面張力が働き界面の動きが鈍くなった事により、クレータと第 1 窪み間、または第 1 窪みと第 2 窪みの間でくびれが生じるのが遅れたことによる。それ故、気泡の形成が遅れる。電磁弁の開放時間が 70ms では、図 2 の(d)より、44ms で水滴によって得られた慣性がなくなり界面の成長は止まるが、開放時間を 150ms にすると水滴の数が多くなり水滴径も大きくなる。したがって、下方向に作用する慣性が大きくなり、界面をさらに押し広げていく。そのため、浮力によって上昇するクレータと第 1 窪み間や第 1 窪みと第 2 窪み間にくびれが生じ易くなり、気泡振動が 70ms より僅かに早く発生する。

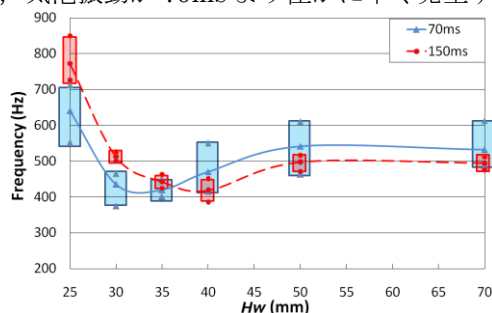


図 7 気泡振動周波数と水深の関係

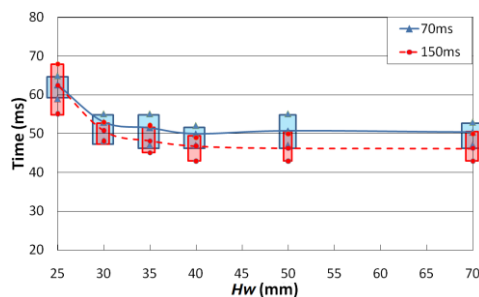


図 8 気泡振動の発生時刻と水深の関係

#### 4. 共鳴管装着時の放射音

上記で得た実験の結果から水深を浅くした場合の気泡振動周波数と、共鳴管の理論共鳴周波数を一致させた条件で、水深が深い場合と比較した。図 9 に実験に使用した共鳴管を示す。

理論共鳴周波数は次式で与えられる<sup>1)</sup>。

$$freq = \frac{a_0}{4(L_t + \Delta l)} \quad (6)$$

これより  $L_t=100\text{mm}$  の理論共鳴周波数は 780Hz である。但し、 $\Delta l$  は開口端補正長さで  $\Delta l=0.3d$  にて定義される。 $d$  は管径、 $a_0$  は音速である。 $H_w=25\text{mm}$  の気泡振動周波数は、開放時間が 150ms のとき 772Hz で、共鳴管の共鳴周波数にほぼ一致させている。 $H_w=350\text{mm}$  の気泡振動周波数は 495Hz である。

図 10 に音圧スペクトルの結果を示す。

$H_w=350\text{mm}$  では、共鳴管の共鳴周波数である 780Hz と、気泡振動周波数である 495Hz が共に発生している。このように異なった周波数が発生してしまうと、目的とする共鳴管からの放射音が不明瞭になる。気泡振動周波数と、共鳴管の理論共鳴周波数を一致させた  $H_w=25\text{mm}$  では、780Hz 付近のみで発生しており、音質を改善する事が出来る。

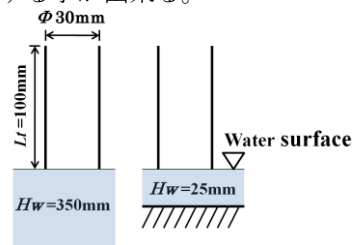
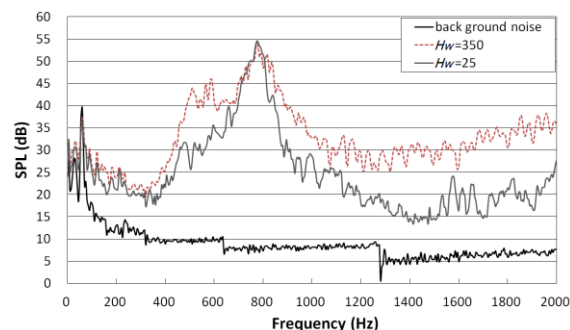


図 9 実験用共鳴管

図 10 音圧スペクトル, 開放時間 70ms,  $L_t=100\text{mm}$ 

#### 5. まとめ

水圧 6.9kPa, ノズル径 3mm の実験条件で、水深により気泡振動を制御した結果、以下のことを得た。

- (1) 水深が 30~35mm よりも浅くなると、気泡振動周波数は低周波数になり、さらに浅くすると高周波数にシフトする。
- (2) 水深が 40mm よりも浅くなると、気泡振動による音の発生時刻は遅れる。
- (3) 気泡振動周波数を共鳴管の共鳴周波数に近づけることで、共鳴管からの放射音の音質は改善される。
- (4) クレータの最大深さはクレータ形成に必要な各水滴の直径と速度から予測できる。

#### 参考文献

- 1) 中園与一・高山明久：雨垂れを利用した楽器の開発，日本産業技術教育学会誌第 45 巻 4 号，2003, pp.183-189.
- 2) 中園与一・大内可人：共鳴管からの放射音に及ぼす水没管長さの影響，可視化情報学会論文集第 29 巻 10 号，2009, pp.59-65.
- 3) Minnaert, M.: On musical air-bubbles and the sound running water, Phil. Mag. **16**, 1933, pp.235-248.
- 4) Warjito・望月修・石川仁：単気泡の分裂とそれによる音，ながれ 21 巻 2 号，2002, pp.165-172.